

B.Sc. Semester-V Examination, 2022-23**PHYSICS [Programme]****Course ID : 52418 Course Code : SP/PHS/501/DSE-1A****Course Title : Advanced Mathematical Physics****OR****Classical Dynamics**

Time : 2 Hours

Full Marks : 40

*The figures in the right-hand margin indicate marks.**Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.*

দক্ষিণ প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি প্রশ্নের পূর্ণমানের নির্দেশক।

পরীক্ষার্থীদের যথাসম্ভব নিজের ভাষায় উত্তর দিতে হবে।

(Advanced Mathematical Physics)**SECTION-I**1. Answer any **five** of the following questions:

$$2 \times 5 = 10$$

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

a) What is mathematical contraction? What are addition and subtraction of two tensors?

গাণিতিক কন্ট্রাকশন বা সংকোচন কি? দুটি টেনসরের যোগফল ও বিয়োগফল বলতে কি বোঝ?

b) How can you associate vector with anti-symmetric tensor of order 2?

একটি ভেক্টরকে 2 ক্রমবিশিষ্ট একটি অ্যান্টিসিমেট্রিক টেনসরের সঙ্গে কিরূপে যুক্ত করবে?

c) What do you mean by Completeness? What are Symmetric and Antisymmetric tensors?

কমপ্লিটনেস বা সম্পূর্ণতা বলতে কি বোঝ? প্রতিসম ও অপ্রতিসম টেনসর বলতে কি বোঝ?

d) Explain scalar triple product and vector triple product of three vectors with at least two properties of each.

তিনটি ভেক্টরের স্কেলার ট্রিপল গুণফল ও ভেক্টর ট্রিপল গুণফল বলতে কি বোঝ? প্রতি ক্ষেত্রে অন্তত দুটি বৈশিষ্ট্য উল্লেখ করো।

e) What is Binomial distribution of Probability? Give one advantage of it over Gaussian distribution.

সম্ভাব্যতার বায়োনোমিয়াল বা দ্বিপদ বণ্টন কি? গাউসীয় বণ্টন অপেক্ষা ইহার একটি সুবিধা উল্লেখ করো।

f) Find the probability of drawing two aces in succession from a pack of 52 cards.

বাহান্নটি কার্ড-এর একটি প্যাকেট থেকে পরপর দুটি টেক্সা পাওয়ার সম্ভাবনা লেখো।

g) What do you mean by mean deviation and variance for a number of statistical data?

একাধিক সংখ্যক সংখ্যায়ন উপাত্ত-এর সাপেক্ষে গড় বিচ্যুতি ও ভেরিয়েন্স বলতে কি বোঝ?

h) What do you mean by kernel of a function?

কোন অপেক্ষক-এর 'kernel' বলতে কি বোঝায়?

SECTION-II

2. Answer any **four** of the following questions:

$$5 \times 4 = 20$$

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

a) What is 'Strain tensor' (e_{ij})? Show that, in case of a homogeneous strain, if a sphere is strained to an ellipsoid, the volume strain is given by

$$\Delta = \sum_{i=1}^3 e_{ij} . \text{ What do you mean by Minkowski Space?}$$

বিকৃতি টেনসর' (e_{ij}) কি? দেখাও যে, সুষম বিকৃতির ক্ষেত্রে একটি গোলককে উপগোলককে রূপান্তরিত করা হলে ইহার আয়তন বিকৃতি হবে $\Delta = \sum_{i=1}^3 e_{ij}$ । মিনকোওয়াসকি অঞ্চল বলতে কি বোঝ?

b) What do you mean by Homomorphism and Isomorphism of vector spaces? Define subgroup and what do you mean by Normal and Conjugate subgroups?

ভেক্টর স্পেসের হোমোমরফিজম ও আইসোমরফিজম বলতে কি বোঝ? সাবগ্রুপ বা উপগ্রুপ কি? স্বাভাবিক ও অনুবন্ধী উপগ্রুপ বলতে কি বোঝ?

c) What is Poisson distribution of Probability? What is the probability for the random choice of 'Leap year' having at least 53 Sundays? $2+3$

সম্ভাব্যতার পয়সন বণ্টন কি? একটি লিপ ইয়ার-এর র্যান্ডম বা অনিয়মিত চয়েসের সম্ভাবনা নির্ণয় করো যেখানে লিপ ইয়ারটি-তে অন্তত 53 টি রবিবার আছে।

d) What do you mean by Conditional Probability and Joint Probability? What are Discrete Probability Distribution and Continuous Probability Distribution? $2+3$

শর্ত সাপেক্ষ সম্ভাবনা ও যুগ্ম সম্ভাবনা বলতে কি বোঝ? বিচ্ছিন্ন সম্ভাব্যতা বণ্টন ও নিরবচ্ছিন্ন সম্ভাব্যতা বণ্টন কি?

e) What do you mean by Linear Transformation? Why it is called 'Linear'? Consider two matrices $(2, -3)$ and $(1, 1)$ which are transformed into another two matrices $(4, 5)$ and $(3, 1)$ respectively. Find the corresponding matrix for matrix transformation. $2+3$

রৈখিক রূপান্তর বলতে কি বোঝ? ইহাকে রৈখিক বলা হয় কেন? দুটি ম্যাট্রিক্স $(2, -3)$ এবং $(1, 1)$ -কে যথাক্রমে অপর দুটি ম্যাট্রিক্স $(4, 5)$ ও $(3, 1)$ -এ রূপান্তরিত করা হল। এই ম্যাট্রিক্স রূপান্তরের জন্য প্রয়োজনীয় ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করো।

f) If the probability of a bad reaction from a medicine is 0.001, determine the change that out of 2000 individuals more than two will get a bad reaction.

একটি ঔষধ গ্রহণের পর কুপ্রভাবের সম্ভাবনা 0.001। যদি 2000 জন ব্যক্তি ইহা গ্রহণ করে, তাহলে 2 জনের বেশী ব্যক্তির উপর কুপ্রভাব পড়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

SECTION-III

3. Answer any **one** of the following questions:

$$10 \times 1 = 10$$

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

a) i) For Poisson's distribution $p(r) = \frac{e^{-m} m^r}{r!}$, show that Standard Deviation of Poisson's distribution is $\sigma = \sqrt{m}$.

সম্ভাব্যতার পয়সন বণ্টন $p(r) = \frac{e^{-m} m^r}{r!}$ -এর ক্ষেত্রে দেখাও যে, প্রমাণ বিচ্যুতি হবে $\sigma = \sqrt{m}$ ।

ii) What is Recurrence Formula for Binomial distribution? Show that Poisson's distribution can be taken as a limiting case of Binomial distribution.

দ্বিপদ বণ্টনের ক্ষেত্রে রেকারেন্স ফর্মুলা কি? দেখাও যে, পয়সন বণ্টনকে দ্বিপদ বণ্টনের সীমাস্থ ক্ষেত্র হিসাবে ধরা যেতে পারে।

iii) Assuming a Binomial distribution, find the probability of obtaining at least two 'six' in rolling a fair die 4 times. $3 + (1+2) + 4$

দ্বিপদ উপপাদ্য অনুসারে একটি ডাই-কে চারবার গড়িয়ে দিয়ে দুবার ছয় পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

b) i) What is Metric Tensor? What do you mean by Alternating Tensor? Find the form of it in terms of Kronecker Delta's.

মেট্রিক টেনসর কি? অলটারনেটিং বা পরিবর্তি টেনসর বলতে কি বোঝ? ক্রনেকার ডেল্টা-র সাপেক্ষে ইহাকে প্রকাশ করো।

ii) What is Moment of Inertia Tensor in rigid body rotation? What are product of inertias?

দৃঢ় বস্তুর আবর্তনের ক্ষেত্রে জড়তা ভ্রামক টেনসর বলতে কি বোঝ? গুণক জড়তা ভ্রামক কি?

iii) What do you mean by Invariant Tensors? Write down Divergence and Curl of Tensor Fields. $(1+1+2) + (1+1) + (1+3)$

ইনভেরিয়েন্ট বা অপরিবর্তিত টেনসর কি? টেনসর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স ও কার্ল-এর প্রকাশ কি?

(Classical Dynamics)

SECTION-I

1. Answer any **five** questions: $2 \times 5 = 10$
যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :
- a) Explain degrees of freedom for a system of particles.
একটি কণা সংস্থার স্বাধীনতার মাত্রা ব্যাখ্যা করো।
- b) What is Reynold's number? Explain with equation.
রেনল্ড নম্বর কি? সমীকরণসহ ব্যাখ্যা করো।
- c) Show that velocity dependent forces are non-conservative forces.
দেখাও যে, গতিবেগের ওপর নির্ভরশীল বলগুলি অসংরক্ষী।
- d) What do you mean by Generalized Force?
সাধারণীকৃত বল বলতে কি বোঝা?
- e) What is Coriolis force?
করিওলিস বল কি?
- f) What are the importance of Navier-Stokes equation?
নেভিয়ার-স্টোকস সমীকরণের গুরুত্বগুলি কি কি?
- g) Differentiate between the ideal fluid and real fluid.
আদর্শ প্রবাহী ও বাস্তব প্রবাহীর মধ্যে পার্থক্য উল্লেখ করো।

- h) Two photons approach each other. What is their relative velocity?

দুটি ফোটন পরস্পরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। তাদের আপেক্ষিক গতিবেগ কি হবে?

SECTION-II

2. Answer any **four** questions: $5 \times 4 = 20$

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

- a) Find the pseudo-force acting on a particle of mass m moving in a plane in polar coordinate system. 5
পোলার স্থানাঙ্কে সমতলে গতিশীল m ভরের বস্তুকণার ওপর ক্রিয়ারত ছদ্ম-বল নির্ধারণ করো।
- b) The potential energy of a particle is given by:

$$U(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 48x.$$

Find the points of stable and unstable equilibrium.

কণাটির স্থায়ী এবং অস্থায়ী সাম্যের স্থান নির্ণয় করো।

Explain the terms:

- i) normal frequencies
নর্ম্যাল কম্পাঙ্ক এবং
- ii) normal modes of vibrations. 3+2
কম্পনের নর্ম্যাল মোড ব্যাখ্যা করো।

- c) Two β -particles move in opposite direction with velocity $0.6c$ in the laboratory reference frame. Calculate the velocity of one β -particle in the moving reference frame attached to the other β -particle by applying relativistic transformation.

পরীক্ষাগারের নির্দেশতন্ত্রে $0.6c$ গতিবেগের বিপরীতগামী দুটি β -কণা গতিশীল। আপেক্ষিক গতিবেগ রূপান্তর প্রয়োগ করে একটি β -কণা যার সাথে যুক্ত গতিশীল একটি নির্দেশতন্ত্রের স্বাপেক্ষে অপর β -কণার গতিবেগ নির্ণয় করো।

- d) Derive Lagrange equation for a system of particles. 5

কণা সমন্বিত সংস্থার ক্ষেত্রে অয়লার-লাগ্রাঞ্জ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করো।

- e) What do you understand by stable and unstable equilibrium? Obtain the Lagrange's equation of motion for small oscillations of a system in the neighbourhood of stable equilibrium. 2+3

স্থিতিশীল সাম্যাবস্থা এবং অস্থিতিশীল সাম্যাবস্থা বলতে কি বোঝো? স্থিতিশীল সাম্যাবস্থা সন্নিকটে কোনো সংস্থার ক্ষুদ্র দোলনের ক্ষেত্রে লাগ্রাঞ্জ-এর গতির সমীকরণটি নির্ধারণ করো।

- f) Find the Hamilton's equation of motion and find the acceleration of the mass system for the Atwood's machine. 3+2

Atwood-এর যন্ত্রের ক্ষেত্রে হ্যামিলটনিয়ান গতির সমীকরণগুলি প্রতিষ্ঠা করো এবং ভরসংস্থার ত্বরণ নির্ণয় করো।

SECTION-III

3. Answer any **one** question: 10×1=10

যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

- a) i) Obtain the relation between generalized displacement and generalized force.

সাধারণীকৃত স্থানাঙ্ক এবং বল-এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারণ করো।

- ii) What are the differences between Newtonian approach and Lagrangian approach in dynamics?

ডায়নামিক্স-এ নিউটনের অভিগমন এবং লাগ্রাঞ্জ-এর অভিগমনের মধ্যে পার্থক্যগুলি কি কি?

- iii) Derive the Hamilton's equation of motion for a particle, falling freely from rest under gravity. 6+2+2

স্থির অবস্থা থেকে অভিকর্ষের অধীনে বাধাহীনভাবে পড়তে থাকা কণার লাগ্রাঞ্জিয়ান নির্ণয় করো।

- b) i) In a dynamical system of a particle having rest mass m_0 moving with a velocity v (v may be comparable with the velocity of light c). Show that, the relativistic mass m of the particle can be expressed as:

$$m = m_0 \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^{-1}.$$

একটি গতীয় সংস্থায় m_0 স্থিতাবস্থার ভরসম্পন্ন বস্তুকণা v বেগে গতিশীল। (v -কে আলোর গতিবেগ c -এর সাথে তুলনা করা যেতে পারে)। দেখাও যে, বস্তুকণার আপেক্ষিক ভরের প্রকাশ :

$$m = m_0 \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^{-1}$$

ii) Calculate relativistic lengths of a one meter rod situated in a frame of reference which is moving with a velocity $0.9c$ in the direction:

- A) perpendicular to its length
- B) parallel to its length and
- C) at an angle 30° with its length.

Here c is the velocity of light.

6+(1+1+2)

$0.9c$ গতিবেগে চলমান কোনো নির্দেশতন্ত্রের অবস্থিত এক মিটার দণ্ডের আপেক্ষিক দৈর্ঘ্য গণনা করো, যার গতির দিক :

- A) দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে
- B) দৈর্ঘ্যের সাথে সমান্তরাল দিকে
- C) দৈর্ঘ্যের সাথে 30° কোণে